“Hacia el encuentro de sentidos y significados de la matemática del entorno, de los estudiantes de *séptimo grado (7º)* de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño”

PRESENTADO POR:

MARÍA ELIZABETH MEJÍA MUÑOZ

ASESOR

CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MEDELLÍN

2012

DEDICATORIA

A Dios que me ilumina y guía cada día de mi existencia, dándome la sabiduría y fortaleza necesaria para alcanzar mis sueños.

A mi familia el gran regalo de Dios en la tierra, a mis padres y mis hermanas que con su apoyo y aliento incondicional confiaron plenamente en mi…

A mi hija fuente de inspiración y motor de todo lo que emprendo.

A todos estos por su acompañamiento permanente mi gratitud perenne.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por su infinita misericordia y sus bendiciones constantes que me llenan de entereza y sabiduría para cosechar hoy; frutos como éste.

A mi familia, por su inmenso amor, su colaboración paciencia e inspiración, sin ellos no podría haber alcanzado, esta meta

A la institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, escenario de la propuesta, donde recibí una colaboración y apoyo invaluables.

A los docentes de la Universidad Nacional de Medellín, acompañantes pacientes y amables de procesos académicos, llenos de calidad humana que hacen imborrable nuestro paso por este claustro sacro.

A mi asesor Licenciado Carlos Julio Echavarría por su confianza, su capacidad para guiar mis ideas y su importante aporte, disposición y participación en el desarrollo de esta propuesta

"Hacia el encuentro de <u>sentidos y significados</u> de la matemática del entorno de los estudiantes de séptimo grado (7º) de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño"

"Towards the meeting of <u>senses and meanings</u> of mathematics of the environment of students in seventh grade (7th) of the educational institution Gilberto Alzate Avendaño"

Resumen

En este trabajo se recopila la experiencia de aula donde se conjuga el trinomio matemática cotidianidad aprendizaje; sugiere una metodología interdisciplinaria inspirado en concepciones metacognitivas a partir de las cuales el estudiante redefine sus propias ideas matemáticas desde la construcción de su propio aprendizaje significativo, visibilizando la matemática del entorno y revindicando el valor de ella en la transformación de su mundo.

En esta propuesta los estudiantes transfieren sus aprendizajes a nuevos ámbitos aportando sentido y significado al conocimiento matemático conectado con la cotidianidad del sujeto, a través actividades que involucran hechos reales y familiares facilitando la comprensión, interpretación y aplicación de la matemática en la solución de problemas de su contexto.

Palabras claves: matemáticas, cotidianidad, sentido significado, contexto, aprendizaje significativo.

Abstract

This work collects the classroom experience where the Trinomial combines mathematical learning everyday life; It suggests an interdisciplinary methodology inspired by conceptions Metacognitive from which the student redefines its own mathematical ideas from building their own significant learning, making visible the mathematics of the environment and ecumenicalism the value of it in the transformation of their world.

In this proposal students transfer their learning into new areas giving sense and meaning to the mathematical knowledge connected with the daily life of the subject, through activities that involve facts and families by facilitating the understanding, interpretation and application of mathematics in the solution of problems of its context.

Key words: Math everyday life, sense meaning, context, meaningful learning.

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE FIGURAS

TABLA DE FOTOGRAFÍAS

TABLA DE GUÍAS DIDÁCTICAS

"La evolución del talento y la vida no es lineal. Evoluciona a partir de las respuestas que se obtiene del entorno" Sir Ken Robinson

CAPITULO 1

1.1. EXPERIENCIA DE AULA

1.2. JUSTIFICACIÓN

El mundo va a un ritmo acelerado, la globalización y las nuevas tecnologías reclaman individuos hábiles, capacitados y competentes para desempeñarse y continuar la búsqueda de otras formas de habitar el mundo.

Al mismo tiempo el consumismo atrapa y conduce por caminos inexplorados que arroja la gran tarea de formar jóvenes emprendedores proactivos, responsables, capaces de entender y comprender los desafíos matemáticos de la vida contemporánea, para sobrevivir en una selva llena de retos y metas.

De otro lado, la vida avanza velozmente, pero en nuestras aulas, el tiempo parece detenerse, nuestros chicos son atrapados y hechizados por la evolución tecnológica, pero poco encantados para el aprendizaje que se imparte en los currículos.

Los estudiantes, a través de varios años, han demostrado bajos desempeños en el área de matemática, las pruebas internacionales, PISA; donde el país ha participado en dos ocasiones 2006, 2009 y según el informe ICFES (2010) menciona:

“En matemáticas el aumento en el período fue de 11 puntos (de 370 en 2006 a 381 en 2009), es decir, 3,6 puntos anuales”.(p.38)

De igual manera la prueba SERCE (2006),(Segunda Evaluación Latinoamericana de aprendizajes en educación básica SERCE 2006**)** que a pesar de no evaluar en las mismas edades, evalúa los avances en las competencias de los estudiantes para enfrentarse a la vida cotidiana; arroja resultados para los jóvenes colombianos ubicándolos en la media regional, demostrando mejoras con respecto al Primer estudio aplicado en 1997,según el boletín de prensa del ICFES donde es escogida esta entidad para realizar el análisis curricular para las pruebas TERCE (Tercer Estudio Regional Explicativo y Comparativo) ICFES (2011).

En la prueba nacional ICFES y las locales OLIMPIADAS DEL CONOCIMIENTO, la evolución en el alcance de logros es paulatina, y seguimos en la tarea año por año de superar las dificultades, para que los jóvenes no persistan en la falta de éxito y abordaje de las mismas.

Las cifras estadísticas avanzan en contravía de la velocidad del mundo pero pese a ello es latente el reto que desde siempre, agudizada con la revolución de la matemática moderna en los años 60, pedagogos, educadores , psicólogos y estudiosos de la educación buscan encontrar la manera de acercar a la satisfacción que produce el conocimiento, no obstante los intentos siguen siendo poco eficaces; por tanto es válido entonces, la pretensión de implementar , generar estrategias nuevas y modelar situaciones de aprendizaje acordes al contexto, que logren impactar en la mente y la cotidianidad de los estudiantes , posibilitando no solo mejorar resultados en las distintas pruebas, sino lo más importante, demostrar competencias para desenvolverse en el mundo social.

La Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño en su misión y visión busca formar estudiantes líderes en su comunidad, región , ciudad nación y para ello tiene proyectos lúdicos en diferentes áreas del conocimiento como el semillero de trovadores y la banda músico marcial entre otros, que apuntan a este propósito y ahora generando desde sus aulas en el área de matemáticas estrategias, que surgiendo desde la cotidianidad y el entorno de los jóvenes, se cree una aproximación significativa entre la vida y la matemática.

Cabe anotar ahora, que el propósito de la Institución Educativa en mención está en concordancia con algunos estudios, donde se ha descubierto que los estudiantes que viven en algunos contextos dónde se requieren ciertas habilidades matemáticas para enfrentarse al mundo, denotan mejores procesos de aprendizaje de la misma.

Este argumento corresponde muy bien a lo investigado por Gay y Cole (1967) en Liberia, donde los Kpelle demostraron mejores destrezas en las matemáticas ya que las exigencias en la vida cotidiana se las imponían. Así también Saxe y Posner (1978,1994) en Costa Marfil, descubrieron que los hijos de los comerciantes se desempeñan mejor con las matemáticas que los hijos de los agricultores, revelando entonces que los diferentes contextos influyen notablemente en la adquisición de destrezas matemáticas

Carraher y Schliemann (1985) en sus investigaciones descubrió como los niños brasileños con poca o nada de educación formal, sólo con la necesidad de subsistir, incorporan estrategias matemáticas para realizar transacciones comerciales de compra y venta.

Estas consideraciones fundamentan la experiencia de aula, donde se pretende establecer diversas y variadas estrategias en el aula de clase, que visualicen la necesidad del aprendizaje en los usos cotidianos: **"Hacia el encuentro <u>de sentidos y significados</u> de la matemática del entorno, de los estudiantes de séptimo grado *(7º)* de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño"**

Entendiendo como sentido el valor que los estudiantes le den a la adquisición de los conocimientos y como significado el reconocimiento de la utilidad que ofrece el aprendizaje matemático en la resolución de problemas en su vida cotidiana.

Las estrategias implementadas deben atender a los intereses de los jóvenes de hoy, además de ser diseñadas con actividades que impacten a los estudiantes y provoquen deseo de aprender.

Al respecto Ausubel (1978) *dice*: “El alumno debe manifestar […] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (p.48).

De otro lado, este autor se refiere a uno de los principales requisitos para un aprendizaje significativo generando a su vez una consecuencia notable la aparición de un "significado psicológico" de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, " sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios"(Ausubel.1976,p.55).Donde el alumno *quiere* aprender aquello que se le presenta porque lo considera valioso.

Análogamente el Ministerio de Educación Nacional en los estándares de competencia matemática invita a revisar las prácticas educativas que conlleven a potenciar la relación entre la cotidianidad y la cognición. Veamos:

“Por ello, se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p.47).

1.3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los resultados obtenidos en el área de matemática por los estudiantes de la institución Gilberto Alzate Avendaño a través de los años de acuerdo a las pruebas ICFES y SABER ha mejorado muy lentamente; en las aulas de clase se gestan propuestas para encontrar la fórmula que aumente estos desempeños y revierta además los sentimientos de apatía y desidia, ante un área que se percibe por gran porcentaje de los estudiantes como difícil, dura, inalcanzable.

Todo ello se refleja en las dificultades que los estudiantes demuestran día a día al enfrentarse con las actividades matemáticas; la incomprensión, poca apropiación de conceptos, algoritmos, planteamiento y solución de problemas; se convierte en el dolor de cabeza de los mismos.

Símbolos y signos sin sentido que desmotivan, ante la impotencia y la desesperanza de no saber o conocer las respuestas a situaciones planteadas.

En aras de transformar esta realidad se han analizado y discutido posibles causas con los docentes de matemáticas de la institución, entre ellas la truncada relación entre el currículo y el entorno de los estudiantes, la disparidad que subyace con la escuela y la vida. Develando la imperante y urgente necesidad de modificar estructuras donde el docente es un transmisor de conocimientos y el estudiante pasivo, una tabula rasa, metodologías tal vez, que perduren e impacten el aprendizaje de las matemáticas y por ende los desempeños en ella.

La cotidianidad ofrece un vasto número de posibilidades que los docentes inquietos pueden fructificar, con el fin de que los estudiantes visualicen una matemática más próxima, activa posible y alcanzable, generadora de oportunidades para entender y comprender el mundo.

Referente a esto, y en busca de una vía eficaz para la enseñanza de la matemática Barrón R,(1991) nos dice: "Asumiendo que la razón humana, interpreta, codifica y construye el conocimiento, en función de "sus" significados, habrá que adecuar la intervención educativa para favorecer en el alumno, la construcción de significados propios y pertinentes"(p.305).

Por tanto, la relación entre los signos y símbolos con una realidad tangible es vital en los procesos educativos, el divorcio potencial que subyace entre la vida y la escuela debe terminarse y reconciliarse, recurriendo a adaptaciones pedagógicas que favorezcan el desenvolvimiento de los jóvenes en su entorno.

Vale la pena preguntarse entonces.

¿Cómo los estudiantes de *séptimo grado (7º)*, de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, le proporcionan sentido y significado al aprendizaje de la matemática del entorno, en su vida cotidiana?

1.4. OBJETIVO GENERAL

Fomentar e implementar estrategias de aula contextualizadas a la cotidianidad, que permeen el encuentro del sentido y el significado al aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de séptimo grado (7º) de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, que aporte el desarrollo de ciudadanos competentes en el mundo que los rodea.

1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar el uso y aplicación de matemáticas en la vida normal de los estudiantes de séptimo (7°) de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño, como potenciador de experiencias de aprendizajes con sentido.
- Analizar la utilidad e importancia de la apropiación de los conceptos matemáticos en la solución de problemas del entorno.
- Aplicar estrategias lúdicas en la enseñanza de las matemáticas, planteando y solucionando situaciones reales, promoviendo actitudes positivas hacia el aprendizaje de ellas y la confianza de los estudiantes de séptimo (7°) grado de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño en sus propias habilidades.

CAPITULO 2

2. MARCO TEÓRICO

En esta experiencia se abordaran temáticas relacionadas con diferentes pensamientos matemáticos que visualizan el uso cotidiano de las matemáticas y acercan los estudiantes a su entorno.

Los Estándares básicos de Competencias en matemáticas emanados por el Ministerio de Educación convocan al cambio de mirada y de visión en la formación matemática inclinada a motivar y aproximar cada vez más los estudiantes al saber disciplinario a través de propuestas reales y auténticas en sus entornos. Resaltando el papel fundamental de las matemáticas en los avances de la humanidad.

La apreciación sobre la matemática ha evolucionado constantemente, paso de ser un área meramente mecánica y repetitiva ampliando el panorama hacia una ciencia axiológica coadyuvante en la formación de ciudadanos críticos y democráticos. Al respecto los estándares nos dicen:

> Por lo tanto, es necesario que en los procesos de enseñanza de las matemáticas se asuma la clase como una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica y para aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos.(MEN, pág. 48).

2.1. LA MATEMÁTICA EN LA COTIDIANIDAD

Dentro de este marco se viene mencionando en la propuesta la función del contexto a la hora de reconstruir situaciones que involucren el saber disciplinar y llene de sentido y significado el aprendizaje de las matemáticas:

> El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas (MEN 2006 pag, 70)

Como se hizo referencia en apartados anteriores, de acuerdo a las investigaciones de Carraher y Schliemann, (1985); *Saxe,* (1989); *Posner* (1978) y de Petito (1979) sobre sastres, mercaderes de telas y granjeros de Costa *de* Marfil, los estudiantes demostraron mejores procesos de aprendizaje cuando le dan valor y aplicación al conocimiento matemático en su cotidianidad, es decir, este se transforma en un saber con sentido y significado para ellos.

La palabra contexto, tal como se utiliza en los Lineamientos Curriculares (Ministerio de Educación Nacional (1998), es el escenario real donde los estudiantes se desenvuelven como seres pertenecientes a una sociedad mundial, nacional, regional, local, donde son actores principales, constructores y protagonistas de sus propias obras, quienes recurriendo a la creatividad transforman cada vivencia y conocimiento en aprendizajes significativos y comprensibles.

> Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos (MEN, 2006,p. 72)

Análogamente Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, nos ilustran al respecto.

"El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas" (MEN, 1998, p.24)

Continúa diciendo el Ministerio:

"Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista". (MEN, 1998, p.24)

Cierto es que la relación entre la cotidianidad y el saber matemático, debe fundar además actitudes de respeto para la sana convivencia.

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás" (MEN, 1998, p.24)

Corbalán (2009,2012) en sus libros evoca la importancia de un acercamiento al aprendizaje del saber disciplinar concebido desde una mirada más humanista y próxima a los sujetos que la aprenden, donde el proceso de codificación y decodificación de signos, símbolos, teoremas, etc…se desarrolle en un clima armonioso con la realidad y el contexto de los mismos. Este autor presenta y sustenta la matemática que a pesar de estar y servir para mucho, no es tan palpable para los estudiantes gracias a la forma como se muestra ella en las aulas de clase, llena de algoritmos, teorías, postulados que carecen, sin querer, de sentido y significado. En sus libros Fernando Corbalán, plasma relaciones entre la disciplina y el quehacer educativo, como potenciadores de experiencias con la matemática y su uso en la cotidianidad.

En cada capítulo se lleva al lector en la aventura de detectar la matemática escondida pero presente que invade cada espacio del universo, que actúa como coprotagonista en los cambios y avances de la humanidad. Para favorecer la comprensión de sus aplicaciones, usos e importancia conocida pero no precisa para los estudiantes de hoy.

2.2. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS

Los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de educación (1998), nos instan también a reformular nuestro quehacer pedagógico desde una perspectiva diferente y con unos referentes teóricos más adecuados a nuestra realidad y a los aprendizajes que en matemática se suscitan:

Desde la formación matemática básica se espera potenciar el pensamiento matemático, a través de la apropiación de contenidos que están inmersos en los sistemas matemáticos, quienes entre ellos contribuyen para ampliar y construir significados en cada tipo de pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional, y sirven como herramienta para desarrollarlos.

> Así, por ejemplo, en el problema de averiguar por la equivalencia o no de dos volúmenes, aparte de la comprensión de la magnitud volumen, del procedimiento para medirlo, de la elección de la unidad, nociones éstas de sistemas métricos estaría el conocimiento de los números utilizados, su tamaño relativo y los conceptos geométricos involucrados en la situación, nociones de sistemas numéricos y del geométrico, respectivamente (MEN, 1998, p.16, 17).

Continuaremos con la exploración de lo expuesto en los lineamientos curriculares para los pensamientos matemáticos.

> Respecto al desarrollo de pensamiento numérico y ampliando algunos énfasis propuestos en la Resolución 2343, diríamos que algunos aspectos fundamentales estarían constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no sólo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas.
>
> Otro aspecto fundamental sería la comprensión de los distintos significados y aplicaciones de las operaciones en diversos universos numéricos, por la comprensión de su modelación, sus propiedades, sus relaciones, su efecto y la relación entre las diferentes operaciones. Es de anotar que para el desarrollo del pensamiento numérico se requiere del apoyo de sistemas matemáticos más allá de los numéricos como el geométrico, el métrico, el de datos; es como si este tipo de pensamiento tomara una forma particular en cada sistema”.

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. Desde esta perspectiva los énfasis en el hacer matemático escolar estarían en aspectos como: el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problemas que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional.

En cuanto a la medida se refiere, los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invariancia, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas y los aspectos aritméticos fundamentalmente en lo relacionado con la ampliación del concepto de número. Es decir, el énfasis está en desarrollos del pensamiento métrico.

La probabilidad y la estadística son ramas de las matemáticas que desarrollan procedimientos para cuantificar, proponen leyes para controlar y elaboran modelos para explicar situaciones que por presentar múltiples variables y de efectos impredecibles son consideradas como regidas por el azar, y por tanto denominadas aleatorias. El carácter globalizante de la probabilidad y la estadística está en la presencia del pensamiento aleatorio para la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias. Particularmente en el conocimiento matemático escolar este carácter globalizante se asume cuando el énfasis se hace en el tratamiento de situaciones no deterministas, en donde la recolección, la organización y la representación de los datos obedece a una intencionalidad que les dé sentido, que guíe su interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones; el desarrollo de la intuición sobre la probabilidad mediante valoraciones cualitativas y mediante la exploración de problemas reales que permitan la elaboración de modelos de probabilidad. (MEN.1998)

2.3. NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros son una ampliación del conjunto de los números naturales, de tal manera que a los números naturales, que son los enteros positivos, se les añade tanto el **0** como los números negativos.

Estos números nos van a permitir resolver ecuaciones como x + 3 = 1 que dentro de los números naturales no tendría solución. Tomado de http://lacasadegauss.wordpress.com marzo 2de 2012.

El término Número enteros, hace referencia a unidades completas en las que no hay partes fraccionarias como residuos.

“El conjunto de los números enteros, se denota con la letra mayúscula **Z,** parece ser por influencia alemana ya que Zahlen significa Número en alemán"(Barba 2006, p. 7).

…,-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5…

Cada número entero está formado por un entero natural (o aritmético), su valor absoluto, y de un signo + o - .

La expresión $|a|$significa valor absoluto de *a* así:

$$|-5| = 5, |6| = 6, |0| = 0$$

Los Z comprenden los números enteros negativos, el cero (0) y los enteros positivos.

Se representan en la recta numérica, así: los números ubicados a la derecha del cero son positivos y los números ubicados a la izquierda del cero son negativos.

FIGURA 1.Números Enteros en la Recta numérica:

Tomado de matematicaseprimaria.blogspot.com. Marzo 2 de 2012

2.3.1. ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS

Un número que se encuentre a la izquierda del cero será menor que el cero y entre más alejado se encuentre de este, su distancia es mayor por lo tanto es más pequeño, pero si el número está a la derecha del cero entre más alejado se encuentre el número es mayor.

Ejemplo $-15 < -9; 20 > 3;$

2.3.2. OPERACIONES EN Z

Se definen en Z, una suma y una multiplicación con las siguientes reglas:

Suma*:* Si a y b son positivos, es $a + b = +(|a| + |b|)$

Si a+ b son negativos, $a + b = -(|a| + |b|);$

Si a es positivo y b es negativo, $a + b = +(|a| - |b|)\ si\ |a| > |b|$

$$a + b = -(|a| - |b|)\ si\ |a| < |b|$$

Si sucede lo contrario a negativo y b positivo se realiza igual invirtiendo los papeles de a y b.

$$Si\ a = 0, a + b = b; si\ |a| = |b|\ y\ \boldsymbol{a}\ y\ \boldsymbol{b}\ son\ de\ signos\ contrarios, \therefore a + b = 0$$

Multiplicación: si a y b son del mismo signo, entonces $a * b = +(|a| * |b|)$;

Si ay b son de signos contrarios entonces, $a * b = -(|a| * |b|)$;

Si a= 0 o b =0 entonces: $a * b = 0$

2.3.3. PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES EN Z

La suma es asociativa y conmutativa, y el elemento neutro es el cero.

Para todo entero ***a***, cualquiera que sea, existe un número entero opuesto, representado por $-a$.

Así: $-(+8) = -8, -(-13) = +13, -(0) = 0$

La multiplicación es asociativa y conmutativa, y el elemento neutro de la multiplicación es el **1.**

No existe un entero inverso de un entero a dado (a excepción de -1 y +1 que son sus propios inversos)

La multiplicación es distributiva con respecto a la suma.

La sustracción: definida a partir de la adición

$$(a - b = c\ , quiere\ decir;\ a = c + b), es\ ahora\ siempre\ posible.$$

La diferencia $(a - b)\ es\ igual\ a\ \ [a + (-b)]$

Si la diferencia $(a - b)$ es positiva, es $a > b$; si es negativa, es $a < b$; si es nula es $a = b$

La división: se precisa siempre a partir de la multiplicación.

$$\left(a \div b = c, o\ bien\ \frac{a}{b} = c, quiere\ decir\ a = c * b\right)$$

La división de a por b sólo es posible si $|a|$ es múltiplo de $|b|$ o si $|b|$ divide a $|a|$

Ningún entero salvo 0 puede ser dividido por 0.

$\frac{a}{b}$ $si\ solo\ si\ b\ \neq 0$ (Yves, 1980)

2.4. FRACCIONES

Una fracción aritmética es un símbolo tal como $\frac{a}{b}$, donde a y b son números naturales, siendo **b** distinto de cero (0); **a** es el numerador y **b** el denominador y **a** y **b** son los términos de la fracción. (Yves, 1980)

"Una fracción no es un número es una relación entre dos números" (Canals, 2008,p.49).

> En el simbolismo de las matemáticas una subunidad obtenida al dividir la unidad original en **n** partes iguales se denota con $\frac{1}{n}$ y si una cantidad dada contiene exactamente ***m*** de tales subunidades, su medida se denota con el símbolo $\frac{m}{n}$, este símbolo es llamado ***fracción o* razón.**

Igualdad: se puede obtener una fracción igual a otra dada, multiplicando (o dividiendo cuando es posible) sus dos términos por un mismo número.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = a * d = b * c; solo\ se\ cumple\ si\ \ c = ka, y\ d = kb\ ;\ \frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$

Dada una fracción, siempre existe una fracción irreductible (no tiene divisores comunes) igual a aquella. Este proceso se denomina <u>*simplificar la fracción dada.*</u>

Si el denominador de una fracción es 1, se identifica con el número que tiene por numerador.

$\frac{21}{1}\ \ se\ lee\ 21, \frac{33}{1}\ será\ 33.$

Si el numerador de la fracción es cero la fracción se identifica con el ***0.***

$$\frac{0}{11} = 0;\ \frac{0}{52} = 0; \frac{0}{3} = 0$$

Las reglas aplicadas en las operaciones para los números Z se cumplen también para **LAS FRACCIONES.** (Aponte, 1998).

Las fracciones en la cotidianidad se utilizan para diversas situaciones y de acuerdo a ellos toman diversos significados:

LOS SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES

- *La fracción como cociente*: $\frac{a}{b}$, a/b indica una división $donde\ a, b\ \in Z$
- *La fracción como razón*: $\frac{a}{b}$, a/b representa una relación entre dos magnitudes. Ejemplo: $\frac{9}{15}$, puede interpretarse como de quince apartementos están habitados 9.
- La fracción como medidora*:* se describe una cantidad o un valor de magnitud por medio de otro. Ejemplo

La mitad, un tercio, un cuarto, un quinto de…

- *La fracción como porcentaje:* se utiliza en mezclas estableciendo relaciones de cantidad como al 5% de la población , representado la relación 5/100
- *La fracción como probabilidad:* La probabilidad tiene una representación en forma de fracción, empero el uso es distinto, tal es el caso que el valor de la probabilidad no excede a uno.

$$P\ \left(\frac{m}{n}\right) representa\ la\ probailidad\ de\ obtener\ \boldsymbol{m}\ éxitos\ de\ \boldsymbol{n}\ eventos$$

- La fracción como tasa: $\frac{m}{n}$ cantidad que resulta de la relación de dos magnitudes.

Velocidad = distancia/ tiempo

Aceleración: velocidad / tiempo

- ***La fracción como Inverso operador multiplicador***: utilizado para despejar ecuaciones (Thomás, O. 1973)

2.4.1. PROPIEDADES PARA LAS OPERACIONES CON LAS FRACCIONES.

La suma es asociativa y conmutativa, y su elemento neutro es el cero.

Dado una fracción ***a***, existe siempre una fracción, simbolizado por $-a$, opuesta a la misma.

Así: $-\left(+\frac{6}{15}\right)=-\frac{6}{15};\ -\left(-\frac{9}{23}\right)=\frac{9}{23};\ -(0)=0$

La multiplicación es asociativa y conmutativa, su elemento neutro es el **1**.

Dado una fracción **a**, existe siempre otra fracción, designada por $\frac{1}{a}, inverso\ del\ primero$; $si\ solo\ si\ a \neq 0$

Así: si $si\ a= +\frac{2}{7} \therefore\ \frac{1}{a}= +\frac{7}{2}; si\ a= -\frac{6}{14}\ \therefore \frac{1}{a}=-\frac{14}{6}, si\ a= -9\ \therefore \frac{1}{a}=-\frac{1}{9}$

La multiplicación es distributiva con respecto a la suma.

La resta definida a partir de la suma, es siempre posible:

$$(a-b=c, si\ \ a=c+b)$$

Si la diferencia es positiva $a\ > b$; si es negativa, es $a\ < b$; si es nula es $a=b$

La división: precisada a partir de la multiplicación, es siempre posible si el divisor es distinto de cero (0)

$$a \div b = c\ o\ bien\ \frac{a}{b}=c\ quiere\ decir\ a=c*b$$

El cociente obtenido por la división $a \div b$ o $\frac{a}{b}$ $es\ igual\ al\ producto\ a * \frac{1}{b}$

2.4.2. CLASES DE FRACCIONES

Fracciones propias; son aquellas cuyo denominador es mayor que el numerador. Su valor está comprendido entre cero y uno.

FIGURA 2. Una fracción.

Tomado de: escolar.com Marzo 6/2012

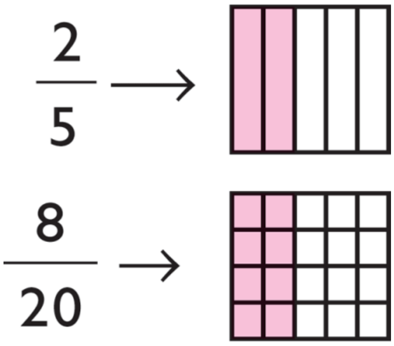


FIGURA 3. Fracciones equivalentes

Tomada de pr.kalipedia.com. Marzo 6/2012

Fracciones impropias: son aquellas cuyo denominador es menor que el denominador. Su valor es mayor que la unidad (1)

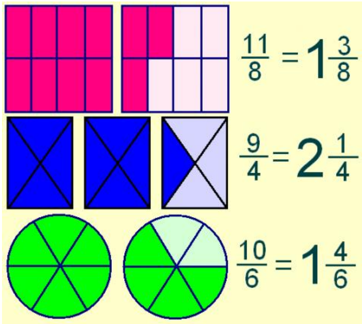


FIGURA 4 Fracciones impropias

Tomado de secretariado.wordpress.com. Marzo 6 de 2012

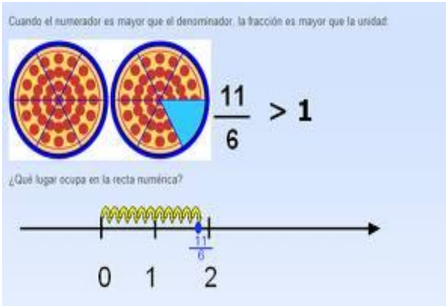


FIGURA 5 Fracciones impropias

Tomado de matelucia.wordpress.com. Marzo 6 de 2012

Fracciones equivalente. Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de los medios.

2/4 es equivalente a **3/6** porque 2X6=4x3

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a \times d = b \times c$$

(producto cruzado)

FIGURA 6 Algoritmo de Fracciones equivalentes

Tomado de cmapspublic.ihmc.us. Marzo 6 de 2012

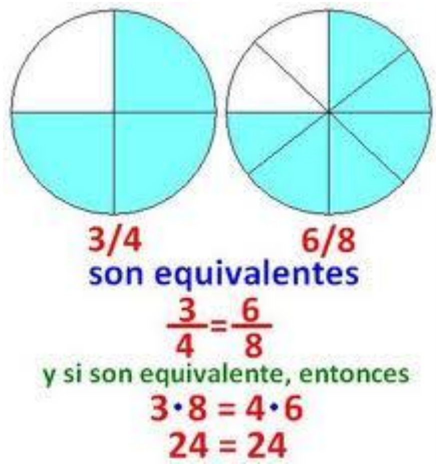


FIGURA 7. Fracciones equivalentes

Tomado de diccio-mates.blogspot.com. Marzo 6 de 2012

Fracciones homogéneas*:* Aquellas que tiene su denominador igual ejemplos:$\frac{15}{6}, \frac{9}{6}, \frac{10}{6}, \frac{1}{6}$

Fracciones heterogéneas. Aquellas cuyo denominador es diferente. Ejemplo:$\frac{5}{9}, \frac{11}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4},$

Fracciones decimales

Son aquellas expresiones que tiene como denominador potencias de diez (10^n), son los originados al subdividir cada intervalo unitario en 10 segmentos iguales, luego en 100, después en 1000 y así sucesivamente.

Estas fracciones pueden escribirse de la forma:

$\frac{a}{b}$ $, donde,\ b = 10^n\ ejemplo\ \ \frac{15}{1000}, \frac{2}{100}, \frac{11}{10} \ldots$

Y se pueden representar también como números decimales, quienes constan de una parte entera y un decimal (Thomás, O.1973)

$$\frac{15}{1000} = 0{,}015\,; \frac{2}{100} = 0{,}02; \frac{11}{10} = 1{,}1$$

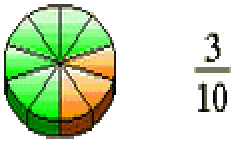


FIGURA 8. Fracción decimales

Tomado de ceibal.edu.uy. Marzo 6 de 2012

Con este concepto nos acercamos a otra aplicación muy cotidiana de la matemática el porcentaje; visualizada diariamente por los estudiantes en sus compras, en revistas, en la televisión entre otros.

2.5. PORCENTAJES

Las fracciones decimales cuyo denominador es cien, se denominan fracciones porcentaje o simplemente ***porcentaje:*** el número de centésimas contenidas en una cantidad determinada y dan cuenta de la proporción $\frac{a}{b}\,, donde,\ b = 100$

Tanto por ciento es una razón cuyo consecuente es 100

$$\left(\frac{\text{antecedente}}{\text{consecuente}} \rightarrow \frac{\text{x}}{100}\right)$$

El porcentaje es una forma de comparar cantidades, es una unidad de referencia que relaciona una magnitud (una cifra o cantidad) con el todo que le corresponde (el todo es siempre el 100), considerando como unidad la centésima parte del todo.

Se representa con el símbolo % y se lee el tanto por ciento.

El Porcentaje o Tanto por ciento se calcula a partir de variables directamente proporcionales (significa que si una variable aumenta la otra también aumenta y viceversa).

En el cálculo intervienen cuatro componentes:

Cantidad Total	Porcentaje total:100 %
Cantidad Parcial	Porcentaje Parcial

Existen tres situaciones o tipos de problemas que pueden plantearse. Éstos son:

1. *Dada una cantidad total, calcular el número que corresponde a ese porcentaje (%) parcial*: se multiplica la cantidad por el número que indica el porcentaje y dividimos el resultado entre 100.

2. *Calcular el total, dada una cantidad que corresponde a un porcentaje de él*.

3. *Dado el total y una parte de él calcular qué % es esa parte del total.*

Una de las aplicaciones más visibles con los porcentajes son los incrementos y descuentos

*Incrementos***:**

Un incremento se produce cuando a una cantidad se le suma un porcentaje de la misma para obtener una cantidad mayor.

Descuentos

Un descuento se produce cuando a una cantidad se le resta un porcentaje de la misma para obtener otra cantidad menor.

Sin duda alguna las medidas son parte primordial en la vida de los jóvenes, ya que las cosas a nuestro alrededor son medibles, por lo tanto revisaremos algunos conceptos geométricos. (Ibáñez &García, 2009).

2.6. ÁNGULOS Y MEDICIÓN

2.6.1. DEFINICIÓN DE ÁNGULO

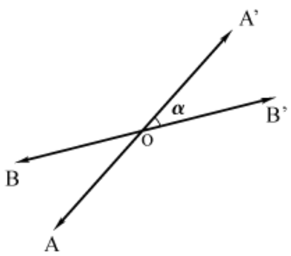
Es la abertura entre dos líneas rectas que se encuentran en el mismo plano y se intersectan (rectas secantes).Unión de dos rayos que tienen el mismo punto extremo.

2.6.2. ELEMENTOS DE UN ÁNGULO

Vértice: punto de intersección de dos líneas rectas. Punto extremo común u origen “0”

Lados del ángulo: son los dos rayos o dos líneas rectas que lo forman.

Donde:



$\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$: Lineas rectas que se cruzan en el plano.

O : Vertice

FIGURA 9.Ángulos

$\angle\alpha$: Angulo α

Tomado de http://wikieducator.org

$\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$: Lados del angulo

La magnitud de un ángulo depende únicamente de la abertura entre sus lados y no dela longitud de estos.

Notación: los ángulos se denotan así:

1. Con una letra mayúsculas, ubicada en el vértice

2. Con tres letras correspondientes a los puntos de los lados donde la del centro es la del vértice.

3. Con una letra minúscula colocada en el ángulo.

Una rotación en el sentido contrario a las manecillas del reloj produce un **ángulo positivo** y una rotación en el sentido de las manecillas del reloj produce un **ángulo negativo**

2.6.3. CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS

Dos rectas con un origen común determinan siempre dos porciones del plano y por tanto dos ángulos, **α y β**.

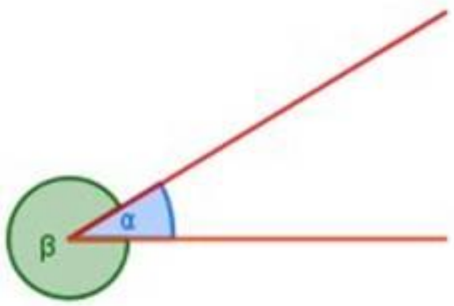


FIGURA 10 Angulo convexo

Al ángulo **α** se le llama <u>*ángulo convexo*</u>, mientras que el ángulo **β** <u>es *cóncavo*</u>.

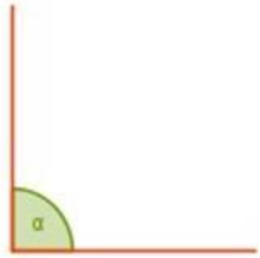
,

Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6 de 2012

Los ángulos pueden clasificarse según su medida en cinco tipos:

<u>*Ángulo recto*</u>: es aquel cuya medida es de 90°

FIGURA 11 Angulo recto



$$\angle \alpha = 90°$$

Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6 de 2012

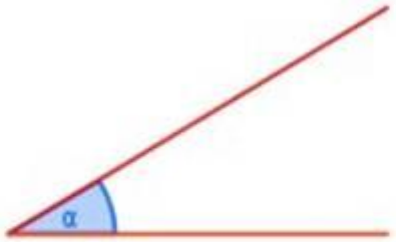


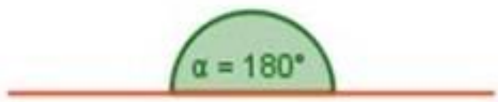
FIGURA 12. Angulo agudo

<u>Ángulo agudo:</u> es aquel cuya medida es menor que 90°

α = < 90°

Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6 de 2012

FIGURA 13 Angulo llano.



<u>Ángulo extendido, llano o plano</u>: es aquel cuya medida es de 180°

α = 180°

Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6 de 2012

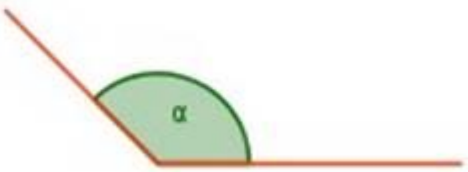


FIGURA 14. Angulo obtuso

<u>Ángulo obtuso</u>: es aquel cuya medida es mayor que 90° y menor que 180°

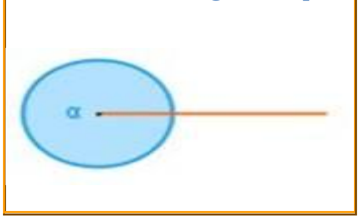
∠ α = > 90° < 180º

Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6de 2012

Ángulo completo: es aquel cuya medida es de 360°

∠ α = 360°

FIGURA 15. Angulo completo



Tomado www.profesorenlinea.cl. Registro Nº 188. Marzo 6 de 2012

Dos ángulos positivos son *complementarios* si su suma es igual a 90^0.es decir si su suma es igual a un ángulo recto

Dos ángulos *son suplementarios* si su suma es 180^0; es decir si suma es igual a dos ángulos rectos o uno llano (Álvarez ,2003).

Los sistemas de medición más comunes para obtener la magnitud de un ángulo son: el **sistema sexagesimal** (grados), y el **sistema cíclico** (radianes).

Medición de ángulos: para medir los ángulos utilizamos un transportador.

Un **transportador** es un instrumento de medición de ángulos en grados que viene en dos presentaciones básicas:

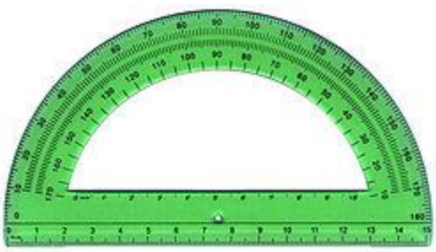


FIGURA 16 Transportador semicircular.

Tomado wiki/Transportador. Marzo 7 de 2012

Transportador con forma de semicircular en sistema sexagesimal y amplitud de 180°.

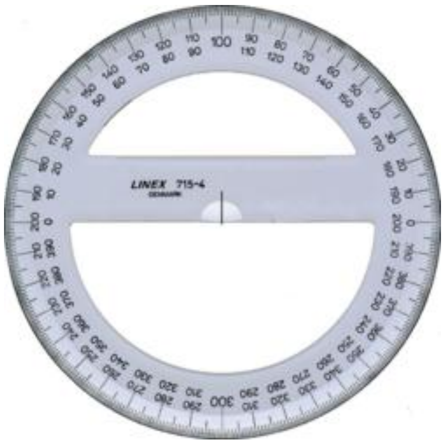


FIGURA 17.Transportador circular

Tomado wiki/Transportador. Marzo 7de 2012

Transportador con forma circular en sistema centesimal y amplitud de 400^g

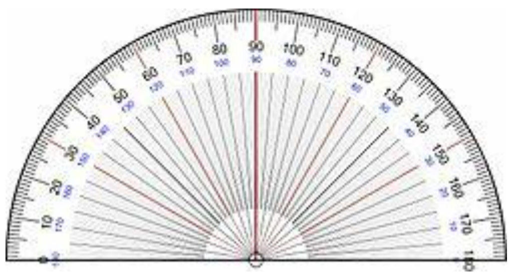


FIGURA 18.Transportador en sistema sexagecimal

Tomado wiki/Transportador. Marzo 7de 2012

Transportador - Amplitud de 180° en sistema sexagesimal.

- Transportador con forma semicircular graduado en 180° (grados sexagesimales) o 200^g (grados centesimales). Es más común que el circular, pero tiene la limitación de que al medir ángulos cóncavos (de más de 180° y menos de 360°), se tiene que realizar una doble medición.

- Transportador con forma circular graduado en 360°, o 400°.

Para trazar un ángulo en grados, se sitúa el centro del transportador en el vértice del ángulo y se alinea la parte derecha del radio (semirrecta de 0º) con el lado inicial. Enseguida se marca con un lápiz el punto con la medida del ángulo deseada. Finalmente se retira el transportador y se traza con la regla desde el vértice hasta el punto previamente establecido o un poco más largo según se desee el lado terminal del ángulo.

Para medir un ángulo en grados, se alinea el lado inicial del ángulo con el radio derecho del transportador (semirrecta de 0°) y se determina, en sentido contrario al de las manecillas del reloj, la medida que tiene, prolongando en caso de ser necesario los brazos del ángulo por tener mejor visibilidad.

2.7. LA ESTADÍSTICA

Otro de los pensamientos con los que más acercamiento tienen los estudiantes y en general las personas sin darnos cuenta en el diario vivir, son las diferentes situaciones como los juegos tradicionales: canicas, bate, chucha cogida, bingo, lotería, juegos electrónicos entre otros, al escoger compañero de grupo, en el análisis de la posición de equipos en torneos, desempeño académico. Variados son los ejemplos que se presentan para abordar el estudio en los pensamientos aleatorio y variacional, en la cotidianidad de los jóvenes.

> La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, han construido un andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a cómo actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística

han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la economía, la psicología, la antropología, la lingüística..., y a aún más, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática (MEN, 1998).

He traído a colación la conceptualización estadística como preámbulo a la probabilidad, tema que será desarrollado en una de las guías propuestas.

2.8. PROBABILIDAD

Otro apartado importante en esta propuesta es la probabilidad, dado que los estudiantes interactúan en su cotidianidad con situaciones que requieren de su uso y conocimiento como se mencionó en la introducción a la estadística

2.8.1. EL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos.

En las experiencias cotidianas que los estudiantes ya tienen sobre estos sucesos y estos juegos, empiezan a tomar conciencia de que su ocurrencia y sus resultados son impredecibles e intentan realizar estimaciones intuitivas acerca de la posibilidad de que ocurran unos u otros (MEN, 2006).